e^x近似

标题	内容	特点
异端同不等号	$x+1 \leq e^x \leq \frac{1}{1-x}, x \in R$	$x=0$时取等号
异端异号（$x>0$）	$x+\sqrt{x^2+1} \leq \frac{x^2+2+x\sqrt{x^2+4}}{2} \leq e^x \leq \frac{2+x}{2-x}$	$x=0$时取等号
异端异号（$x<0$）	$x+\sqrt{x^2+1} \geq \frac{x^2+2+x\sqrt{x^2+4}}{2} \geq e^x \geq \frac{2+x}{2-x}$	$x=0$时取等号
总结大小（$x>0$）	$x+1 \leq x+\sqrt{x^2+1} \leq \frac{x^2+2+x\sqrt{x^2+4}}{2} \leq e^x \leq \frac{2+x}{2-x} \leq \frac{1}{1-x}$	上下界综合
总结大小（$x<0$）	$x+1 \leq \frac{2+x}{2-x} \leq e^x \leq \frac{x^2+2+x\sqrt{x^2+4}}{2} \leq x+\sqrt{x^2+1} \leq \frac{1}{1-x}$	上下界综合
泰勒近似	$e^x = 1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}+\cdots$	级数展开
e^{-x}	$1-x \leq e^{-x} \leq \frac{1}{1+x}$	-x不等式

ln(x)近似

不等式类型	条件	不等式内容	备注
x>1, 上界	x > 1	$\ln(x) < \frac{1}{2}(x - \frac{1}{x})$	a=1 时，$\ln(x) < \frac{a}{2}(x^{\frac{1}{a}} - x^{-\frac{1}{a}})$，|a| 越大越接近lnx
x>1, 上界	x > 1	$\ln(x) < \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$	a=2 时，$\ln(x) < \frac{a}{2}(x^{\frac{1}{a}} - x^{-\frac{1}{a}})$，|a| 越大越接近lnx
x>1, 下界	x > 1	$\ln(x) > 2 \cdot \frac{x-1}{x+1}$	a=1 时，$\ln(x) > 2a \cdot \frac{x^{\frac{1}{a}}-1}{x^{\frac{1}{a}}+1}$，|a| 越大越接近lnx
ln(1+x)近似	x > 0	$\ln(1+x) < \frac{1}{2} \cdot \frac{x(x+2)}{x+1}$	-
ln(1+1/x)近似	x > 0	$\ln(1+\frac{1}{x}) < \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1})$	-
ln^2(x)近似	x > 1	$\ln^2(x) < x + \frac{1}{x} - 2 = \frac{(x-1)^2}{x}$	-
ln^2(1+x)近似	x > 0	$\ln^2(1+x) < \frac{x^2}{x+1}$	-
ln^2(1+1/x)近似	x > 0	$\ln^2(1+\frac{1}{x}) < \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$	-
ln(x) 上界	x > 0	$\ln(x) \leq x - 1$	a=1 时，$\ln(x) \leq a(x^{\frac{1}{a}} - 1)$，a>0，|a| 越大越接近；a<0，不等号反向
ln(x) 下界	x > 0	$\ln(x) \geq 1 - \frac{1}{x}$	a=1 时，$\ln(x) \geq a(1 - \frac{1}{x^{\frac{1}{a}}})$,a>0，|a| 越大越接近；a<0，不等号反向
ln(1+x)上界	x > -1	$\ln(1+x) \leq x$	a=1 时，$\ln(1+x) \leq a((x+1)^{\frac{1}{a}} - 1)$，a>0，|a| 越大越接近；a<0，不等号反向
ln(1+x)下界	x > -1	$\ln(1+x) \geq \frac{x}{x+1}$	a=1 时，$\ln(1+x) \geq a \cdot \frac{(x+1)^{\frac{1}{a}}-1}{(x+1)^{\frac{1}{a}}}$,a>0，|a| 越大越接近；a<0，不等号反向

ln(x+1) 的泰勒展开： $ln(x+1) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \cdots$